

# 桃園市立中壢高商 114 學年度 校內學科能力競賽 試 卷

科目：(數學科)

■人工閱卷

班級：

座號：

學號：

姓名：

## 壹、單選題：(每題 4 分，總計 20 分。)

- 1、( ) 方程式  $2x^2 - 7xy + 3y^2 + 3x + y - 2 = 0$  的圖形為交於一點的兩直線，求此兩直線銳夾角大小  
(A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $75^\circ$  (E)  $90^\circ$
- 2、( ) 格子點的定義為點  $(x, y)$ ，其中  $x$  與  $y$  均為整數。給定  $A(3, -50)$ ， $B(47, 27)$ ，則線段  $\overline{AB}$  上有 \_\_\_\_\_ 個格子點。  
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14
- 3、( )  $P(a, b)$  為  $3x + 2y + 6 = 0$  上一點，則  $\sqrt{(x-14)^2 + (y-2)^2}$  的最小值為  
(A)  $4\sqrt{13}$  (B)  $\frac{7\sqrt{13}}{2}$  (C) 15 (D) 11 (E)  $13\sqrt{2}$
- 4、( ) 定義： $i = \sqrt{-1}$ ，亦即  $i^2 = -1$ 。求  $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)^5 + \left(\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)^5 =$   
(A)  $2i$  (B) 2 (C) 0 (D) 1 (E) -1
- 5、( ) 若  $x, y, z$  為非負整數，滿足不等式  $x + y + z \leq 5$  者共有多少組。  
(A) 10 (B) 21 (C) 56 (D) 60 (E) 84

## 貳、填充題：(每格 6 分，共 60 分)

注意：分數型態請化為最簡分數，否則不予計分。

A、已知  $n$  為正整數，且  $\frac{4n+25}{2n-5}$  亦為自然數，則  $n =$  \_\_\_\_\_。(全對才給分)

B、已知  $n$  為正整數，若  $n$  除以 2, 3, 4, 5, 6 分別得到餘數為 1, 2, 3, 4, 5，但  $n$  被 7 整除，則滿足條件的最小正整數  $n =$  \_\_\_\_\_。

C、已知  $x$  為實數，則  $|x-2| + |2x-8| + |x-3|$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

D、化簡  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} =$  \_\_\_\_\_。(以  $n$  表示之)

E、以  $1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$  為一根的有理係數多項式方程式中，最高次項係數為 1 且最低次者為 \_\_\_\_\_。

F、求  $\sqrt[3]{2-\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} =$  \_\_\_\_\_。

G、
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2 \\ \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \end{cases}$$
 解  $(x, y, z) =$ \_\_\_\_\_。

H、給定  $\theta \neq \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ ，求  $\frac{4}{\sin^2 \theta} + \frac{9}{\cos^2 \theta}$  的最小值為\_\_\_\_\_。

I、 $\triangle ABC$  中，若  $a^2 \sin^2 B + b^2 \sin^2 A = 2ab \cos A \cos B$ ，則  $\triangle ABC$  為\_\_\_\_\_三角形。

J、定義：對於所有實數  $x$ ， $\cot x = \frac{1}{\tan x} (\tan x \neq 0)$ ， $\sec x = \frac{1}{\cos x} (\cos x \neq 0)$ ， $\csc x = \frac{1}{\sin x} (\sin x \neq 0)$ 。

已知  $\tan \theta + \sec \theta = 2$ ，其中  $\theta$  為銳角，則  $\cos \theta =$ \_\_\_\_\_。

## 參、計算證明題：(每題 10 分，共 20 分。)

注意：每題均須有計算過程，否則不予計分。

(一) 已知  $a, b, c$  為任意實數，證明： $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ 。(10 分)

(二) 滿足 
$$\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + 2y \geq 2 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$$
 條件下，

(1)  $(x-1)^2 + (y-1)^2$  的最小值。(5 分)

(2)  $\frac{y+3}{x-5}$  的範圍。(全對才給分)(5 分)

桃園市立中壢高商 114 學年度 校內學科能力競賽

答案卷

科目：(數學科)

■人工閱卷

班級：

座號：

學號：

姓名：

壹、 單選題：(每題 4 分，共 20 分。)

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1、 | 2、 | 3、 | 4、 | 5、 |
|----|----|----|----|----|

貳、 填充題：(每格 6 分，共 60 分。)

分數型態請化為最簡分數，否則不予計分。

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| A、 | B、 | C、 | D、 | E、 |
| F、 | G、 | H、 | I、 | J、 |

翻面繼續

參、 計算證明題：(每題 10 分，共 20 分。)

計算證明題均須有計算過程，否則不予計分。

(一).

(二).