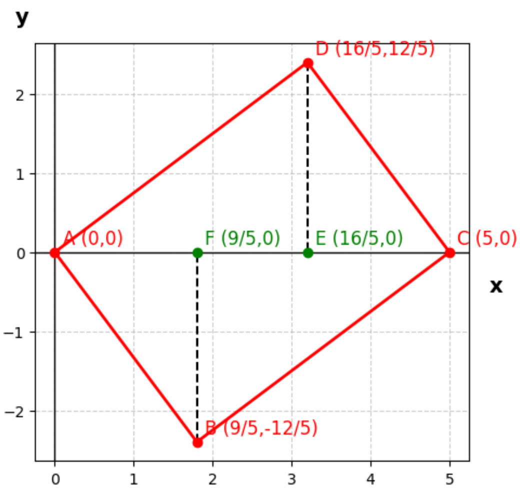
雙週一題網路數學問題徵答
113 學年度第 2 學期

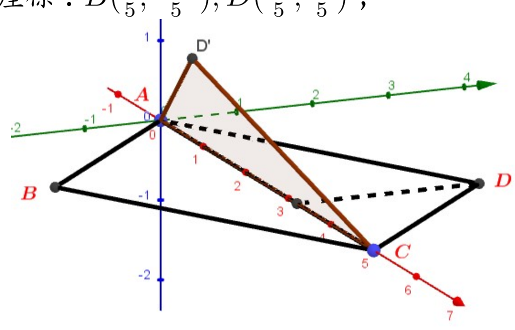
主辦單位:　中山大學應用數學系
補助單位:　教育部暨中山大學研究發展處

第一題：　　114.02.21 公佈，114.03.07 中午 12 點截止

在長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=3$ 、 $\overline{BC}=4$ ，將此長方形沿對角線 $\overline{AC}$ 折起。若折起後平面 ACD 與平面 ABC 的兩面夾角為 $\theta(0^\circ \le \theta \le 180^\circ)$ ，求 $\overline{BD}$ 的長度(以 θ 表示)。



解答： 將 A 點視為原點，$\overline{AC}$ 在 x 軸上，如上圖，
$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{DC}^2}=5$，又 $\overline{AD}\times\overline{DC}=\overline{AC}\times\overline{DE}\Rightarrow\overline{DE}=\frac{12}{5}$ ，同理 $\overline{BF}=\frac{12}{5}$ 。
由畢氏定理求得 B,D 座標：$B(\frac{9}{5},\frac{-12}{5}),D(\frac{16}{5},\frac{12}{5})$；



矩形 $ABCD$ 在 $x-y$ 平面上，D 繞 x 軸旋轉 θ ，因此 $D(\frac{16}{5},\frac{-12}{5}\cos\theta,\frac{12}{5}\sin\theta)$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \overline{BD} &= \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 (1-\cos\theta)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 \sin^2\theta} \\
&= \sqrt{\frac{49}{25} + \frac{144}{25}(2-2\cos\theta)} \\
&= \frac{\sqrt{337-288\cos\theta}}{5} \qquad \square
\end{aligned}
$$

答案請寄至－高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳眞 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2024@gmail.com (主旨爲「114 年春季第 X 題解答」) 。若以電子郵件信箱寄送答案者，請在信件中打字註明您的資料，包含：**姓名、校名、校址縣市、系所、年級 、班級、學號**和 **E-mail**。