

雙週一題網路數學問題徵答 113 學年度第 1 學期

主辦單位：中山大學應用數學系

補助單位：教育部暨中山大學研究發展處

第四題： 113.11.01 公佈，113.11.15 中午 12 點截止

兩個盒子中共有 65 顆球，這些球有不同的尺寸。每顆球的顏色為白色、黑色、紅色或黃色。若取出任意五顆同色球，至少會有兩顆具有相同的尺寸（半徑）。證明存在有一個盒子中，至少有三顆球具有相同的顏色和尺寸（半徑）。

解答：我們有 65 顆球和 4 種顏色。那麼 $65 \div 4 = 16.25$ ，因此存在一個至少包含 17 顆同色球的集合 C 。令 $c = |C| \geq 17$ 。另一方面，在每個同色球的集合中，最多只能有 4 種不同的半徑，因為「任意五顆同色球中，至少會有兩顆具有相同的大小（半徑）」。令 r 為集合 C 中的不同半徑數。如果所有球的半徑相同，則 $r = 1$ 。由於 $r \leq 4$ ，因此 $c \div r \geq 17 \div 4 = 4.25$ ，所以集合 C 中至少有 5 顆球具有相同的半徑。因此，至少有 3 顆這些球會在同一個盒子裡。 $\square$

答案請寄至－高雄市中山大學應數系圖書館的『雙週一題』信箱，或傳真 07-5253809，或利用電子郵件信箱 nsysu.problem.2024@gmail.com (主旨為「113 年秋季第 X 題解答」)。若以電子郵件信箱寄送答案者，請在信件中打字註明您的資料，包含：姓名、校名、校址縣市、系所、年級、班級、學號和 E-mail。